

中学生的数学学习价值观现状及其演变

李艳^{1,2}, 余伟忠³, 张维忠¹

- (1. 浙江师范大学 教师教育学院, 浙江 金华 321004;
2. 浙江省智能教育技术与应用重点实验室, 浙江 金华 321004;
3. 墨尔本大学 教育研究生院, 澳大利亚 维多利亚州 3010)

[摘要] 价值观作为核心素养的重要组成部分,是影响学生学习行为的深层因素。采用主成分分析法对来自华北、华中和华东三个地区1707份中学生的问卷调查结果分析获得,初中生重视基础知识、数学解题、具体化学习、数学练习、数学交流、数学文化和外援性学习等7个数学学习价值观,高中生重视主体性学习、解题方法、解题效率、数学练习、文化相关性和信息技术等6个数学学习价值观。由初中升至高中,数学学习价值观的重塑经历了个别价值观始终存在、有些价值观内部发生融合和不同价值观之间发生聚合等3种方式,共同完成了数学学习价值观在中学时期的演变。

[关键词] 中学生; 数学学习; 价值观; 演变

[中图分类号] G 633.6

[文献标识码] A

[文章编号] 1674-5779(2021)02-0036-06

DOI:10.13749/j.cnki.cn62-1202/g4.2021.02.006

关注学生核心素养的培养和发展是当前基础教育研究的热点。价值观作为核心素养的重要组成部分是影响学生学习行为的深层因素。^[1]由于价值观在学校教学中可以得到重塑和培养,^[2]尤其在中小学时期。目前已有对小学生数学学习价值观的研究。^[3]因此,有必要继续考察中学生持有的数学学习价值观现状及揭示价值观在中学时期如何发生演变。

一、问题提出

数学学习价值观是指学生关于数学学科及其教与学行为等方面好坏、重要与否的价值判断。^[4]关于价值观在数学教与学中作用的研究始于20世纪80年代末Bishop的建议,他首次提出从一般教育价值、数学价值和数学教育价值三个维度展开数学教育中的价值观研究。^[5]研究内容主要集中于课程与教材,教师和学生三个领域。近十几年来数学教育价值观的研究逐渐转向了跨文化视域下学生的数学学习价值观,主要研究方法是课堂观察、访谈、问卷调查等,如通过课堂观察和访谈获得,西

方学校教学重视解释、分享和有趣等学习行为。^[6]

在东方,对日本、韩国和我国初等教育阶段价值观的研究结果比较分析发现,学生的数学学习价值观受到文化背景、学校教学等多重因素的影响。如日本小学生倾向于重视过程和努力等,而初中学生更重视结果和能力等;^[7]韩国小学生重视兴趣等,而初中学生更重视记忆等;^[8]我国小学生倾向于能力和努力等,而初中学生更重视知识和思考等,^[9]并且唐恒钧等对华东地区中小学学生的调查获得,他们在数学学习中共同重视文化、记忆、技术、客体主义、练习、理解和控制等。^[10]但是,没有进行分学段统计分析,因而无法清晰地了解中小学学生分别持有的数学学习价值观状况。已有张侨平等通过问卷调查获得,小学生在数学学习中重视成绩、相关性、练习、交流、文化和信息技术等。^[3]因此,本研究将同样采用问卷调查的方法考察中学生所持有的数学学习价值观现状及其演变,以期对课程改革和教学提供参考。

二、研究方法

(一) 研究工具

[收稿日期] 2021-01-10

[基金项目] 浙江师范大学教师教育学院第二批实验室开放研究基金(2020下半年)备案项目(jykf20072)阶段性成果

[作者简介] 李艳(1989—),女,甘肃兰州人,浙江师范大学教师教育学院博士研究生,主要从事数学课程与教学研究

为了深入调查我国中学生的数学学习价值观现状,本研究采用国际上通用的价值观调查问卷“我认为数学学习中什么是重要的”(What I Find Important in mathematics learning,简记:WIFI)^[1]它由余伟忠主持的一个国际数学教育研究团队共同开发,该问卷已经通过全球多个国家和地区大规模调查的应用与验证,初步有效揭示了跨文化背景下学生在数学学习中重视什么的问题。该问卷由4部分构成,A部分由64个问项构成,是五级李克特量表组成的单选题,1—非常重要,5—非常不重要;B部分为10道问项,要求答题者在一对表述相反价值观的项目中做出一个选择;C部分为开放情境问题;D部分为学生信息。这里只报告了A部分的调查结果,采用SPSS统计分析,不涉及性别研究。

(二) 数据的收集与分析

采用分层抽样和随机抽样的方式,对华北(大连)、华中(武汉)、华东(嘉兴)三个地区,初中和高中1902名学生进行了问卷A部分的调查,收到有效问卷1707份,问卷有效率89.75%。其中,7—8年级回收问卷354份,有效问卷335份;10—11年级回收问卷1548份,有效问卷1372份,均来自公立学校。

采用最大方差旋转(varimax rotation)和Kaiser标准化(Kaiser normalization)的主成分分析法(principal component analysis,PCA)进行SPSS统计分析。显著性水平设为0.05,并设置0.45作为用来解释的标准,若未达到这一标准,或同时在多个因子上赋值以及每个因子包含项少于3个题目的都被剔除。对初中和高中数据分别进行PCA降维产生相应的维度,视为两个学段学生关于数学学习的价值观,并检验其信度。为了使各维度的命名更准确,首先,在参考相关文献基础上,与国内一位从事数学价值观研究的资深研究者,经过多次讨论后修正命名。然后共同经历了2轮以上讨论,确定了最终名称。并进一步依据均值越小,重要程度越高的分析方法,对各价值观维度进行排序。

三、研究结果

由初中升至高中,学生对数学学习价值观出现不同认知,且重要程度存在差异。分析两个学段相应价值观间的共性和差异,发现价值观呈现不同的演变方式。

(一) 数学学习价值观的调查结果及分析

1. 初中学段

经数据分析,得到7—8年级学生样本的The Kaiser—Meyer—Olkin(KMO)测量抽样足够性为0.88,Bartlett球形检验(Bartlett's test of sphericity,BTS)显著性水平为0.001。因此PCA是适合使用的。删除低于解释标准的24个题目,以及同时在两个维度上赋值的6个题目,因子包含少于3项的6个题目,与因子含义不一致的1个题目,共删除37项,保留27项。PCA降维产生7个维度,即基础知识(C1)、具体化学习(C2)、数学文化(C3)、数学解题(C4)、数学练习(C5)、外援性学习(C6)和数学交流(C7)。能解释62.99%的总体变异,Cronbach α 系数为0.88,表明内部一致性可以接受。各维度的可靠性系数 α 依次是0.82、0.81、0.81、0.75、0.71、0.70、0.62。因此,将这7个维度视为初中生关于数学学习的价值观。进一步对各维度均值的分析发现,其重要程度由高到低依次为基础知识、数学解题、具体化学习、数学练习、数学交流、数学文化和外援性学习(见表1)。

具体而言,基础知识涵盖了数学学习的概念性知识和方法性知识,包含了解数学概念或过程、知道使用哪个公式、使用很快可以得到答案的解题方法、知道解题步骤和老师使用关键词解释数学等5个题目;数学解题关注了解题方法和记忆两部分,包含练习如何使用公式、记住事实、知道乘法表和寻找问题的多种解法等4个题目;具体化学习为学生的数学理解提供了支架,包括使用例子理解数学、使用实物理解数学、使用图形理解数学、从错误中学习 and 动手做的数学活动等5个题目;数学练习包含做大量的数学练习、数学家庭作业以及数学测验和考试等3个题目;数学交流强调了讨论在数学学习中的重要性,包括小组讨论、数学辩论和全班讨论3个题目;数学文化是指将数学作为一种文化产物呈现,包含数学的故事、数学最新发展的故事、数学家的故事和解释公式或规则的来源等4个题目;外援性学习是指借助计算器等外在力量获得答案的方法。包含用计算器计算、用计算器检验答案和凭运气答对问题等3个题目。

2. 高中学段

经数据分析,得到10—12年级学生样本的KMO测量抽样足够性为0.92,BTS显著性水平为0.001。因此PCA是适合使用的。删除低于解释标准的23个题目,以及同时在两个维度上赋值

的6个题目，因子包含少于3项的3个题目，与因子含义不一致的1个题目，共删除33项，保留31项。PCA降维产生6个维度，即主体性学习(C1)、文化相关性(C2)、信息技术(C3)、解题方法(C4)、数学练习(C5)和解题效率(C6)。能解释60.71%的总体变异，Cronbach α 系数为0.89，表明内部一致性可以接受。各维度的可靠性系数 α 依次是0.88、0.85、0.79、0.83、0.80、0.67。因此，将这6个维度视为高中生关于数学学习的价值观。进一步对各维度均值的分析发现，其重要程度由高到低依次为主体性学习、解题方法、解题效率、数学练习、文化相关性和信息技术（见表1）。

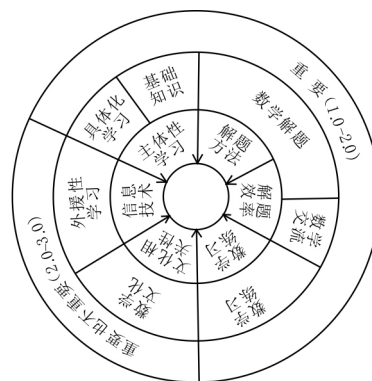
具体而言，主体性学习是指学生作为学习主体而进行的以解决问题为目的的数学学习，包含了解数学概念或过程、知道使用哪个公式、使用很快可以得到答案的解题方法、知道解题步骤、使用图形理解数学、从错误中学习、找到正确的答案、明白自己的方法为什么是对的或错的和我自己解决数学问题等9个题目；解题方法，包含寻找问题的多种解法、寻找问题的可能的多种答案、学习不同的解题方法和验证理论或假设等4个题目；解题效率，包含练习如何使用公式、记住事实、教师讲解和全班讨论等4个题目；数学练习包括数学测验和考试、数学家庭作业、完成数学作业和做大量的数学练习等4个题目；文化相关性不仅包含数学史等文化产物，还纳入数学神秘感，生活中的数学等内容。包含数学家的故事、数学的故事、解释公式或规则的由来、数学的神秘感和关注生活中的数学等5个题目；信息技术包含使用计算器计算、使用计算器检验答案、使用电脑学习数学、在网上学习数学和凭运气答对问题等5个题目。

表1 中学生数学学习价值观维度及其重要程度

7-8 年级		10-11 年级	
维度	均值 (标准差)	维度	均值 (标准差)
C1-基础知识	1.40(0.61)	C1-主体性学习	1.53(0.77)
C4-数学解题	1.46(0.70)	C4-解题方法	1.70(0.87)
C2-具体化学习	1.62(0.82)	C6-解题效率	1.71(0.83)
C5-数学练习	1.63(0.79)	C5-数学练习	2.12(1.09)
C7-数学交流	1.79(0.82)	C2-文化相关性	2.37(1.34)
C3-数学文化	2.04(0.97)	C3-信息技术	2.75(1.22)
C6-外援性学习	3.24(1.23)		

(二) 数学学习价值观的演变

依据各数学学习价值观在相应学段的重要程度排序及所包含的项目，纵向考察各相应价值观间的共性和差异，剖析其演变历程，建立两个学段相应价值观间的联系，绘制中学生数学学习价值观演变模型（见图1）。



注：图中实线圆环由外向内依次代表初中、高中生的价值观

图1 中学生数学学习价值观演变模型

1. 共性与差异

共性主要体现于学生持有相似甚至相同的价值取向。一是个别价值观被两个学段的学生所共同重视，如“数学练习”，均包含课堂练习、家庭作业和数学测试与考试等学习内容；二是两个学段学生高度重视的前三个价值观均与成绩取向有关，并给予了积极的评价；对“数学练习”给予了重视，但是评价并不积极；而对“数学文化”和“信息技术”的重视程度最低，且评价最不积极。

差异主要体现于，由初中升至高中价值观的重塑历程。表现为在价值观之间发生反应，或在价值观内部发生变化，形成了一个或多个新的价值观。若重塑过程发生于不同价值观之间，则原价值观所包含项目的筛减和新项目的增加共同发生。如高中生重视的“主体性学习”“解题方法”和“解题效率”的形成，都伴随着原价值观包含项目筛减的同时有新项目的融入；若重塑发生于某一价值观内部，则原价值观所包含项目增加，如高中生重视的“数学文化”和“信息技术”的重塑都伴随原价值观所包含项目的增加。

2. 演变方式

一是有些价值观始终存在，例如“数学练习”被中学生所共同重视。二是同一价值观内部融合新项目，形成一个新的价值观，如初中生重视的“外援性学习”，融合了“在计算机上学习”“在网络上学习”等学习行为，形成了高中生重视的“信息技术”；初中生重视的“数学文化”，融合“数学神秘感”“生活中的数学”等内容，形成了高中生重视

的“文化相关性”。三是不同价值观之间发生聚合或个别价值观内部先发生分解再与其它价值观聚合,形成一个或多个新的价值观。如初中生重视的“具体化学习”和“基础知识”发生聚合,并且融入了“找到正确的答案”和“我自己解决数学问题”等项目,形成高中生重视的“主体性学习”。再如初中学段的“数学解题”至高中学段分解为两部分。一部分由“寻找问题的多种解法”等项目形成了“解题方法”,另一部分由“练习如何使用公式”“记住事实”等项目,聚合“数学交流”包含的“全班讨论”等项目,形成了高中生重视的“解题效率”。

四、讨论与反思

调查显示,中学生对“数学练习”共同给与了重视,但评价并不积极;对“数学文化”和“信息技术”的重视程度不高,给与的评价最不积极,而对“主体性学习”“解题方法”和“解题效率”等成绩取向的价值观给与了高度的重视,并且这些价值观随着学段的变化经历了不同的演变方式。

(一) 个别价值观始终存在

“数学练习”主要通过反复做题,训练解题速度和强化记忆以达到应试技巧的能力,体现了练习在数学学习中的工具价值。并且,练习所体现的价值不仅受到了中学生的重视,同样得到了小学生的重视。^[3] 纵观我国数学史的发展历程,秦汉时期,中国古代数学体系的建立以算术成为一门专门的学科为标志,以及汉代初期以《九章算术》为代表的为社会实践服务的筹算演演体系,迄今,科学技术作为推动社会发展的强大动力,^[12] 无不体现了数学的实用性。以及算学在唐代作为官定教育内容,实行严格的考试筛选制度等。在这样延续长达数千年的传统文化观念熏陶之下,中国父母对子女学好数学的期望,数学课本呈现大量的例题和习题,教师布置作业以及各类学业水平测试等多种复杂因素长期稳定地共同作用,促使中小學生都重视数学练习在数学学习中的实用价值,从而产生支撑这种学习行为的意愿和动力。

而这与当前基础教育课程改革所倡导的以考察数学核心素养为前提的教学评价不相一致。知识的获得应建立在理解的基础之上,而不是机械地反复做题,训练解题技巧。因此,为提高学生对练习的积极评价。唐恒钧等提出使学生认识作业的现实价值、丰富作业的形式、提升教师有效反馈等措施,

优化小学生的数学练习。^[4] 而当范围扩展至中学生,初中和高中学段面对抽象的数学知识和更复杂的题目,更要合理化练习题的数量和难度以及加强教师的有效及时反馈,还需要从课程理念、教学引导和多元考试评价等教学价值观,多方面引导学生逐渐形成具有深度理解的学习,感悟练习在数学学习乃至我国传统文化中长期受到重视的深层价值,使数学练习真正获得学生积极评价的同时,帮助学生获得更好的数学成就。

(二) 有些价值观内部发生融合,形成一个新的价值观

融合反应发生于价值观内部,融入新项目使形成的价值观内涵更丰富。如“信息技术”和“文化相关性”分别由“外援性学习”和“数学文化”融入新内容而形成。随着全球技术的迅速增长,在课程修订中也越来越强调技术。《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《义务课标(2011版)》)课程理念明确提出“要注意信息技术与课程内容的整合”。《普通高中数学课程标准(2017年版)》(以下简称《高中课标(2017版)》)首次提出信息技术与数学课程深度融合。可见课标不仅强调技术与数学课程的衔接,而且促进了技术在数学教学中的应用。但是,中学生对信息技术应用于数学学习的评价并不积极,在小学生的数学学习中也存在该现象。^[4] 这在一定程度上反映了,当前信息技术与数学学科融合还面临一些现实问题和挑战。因此,有研究者提出,通过优化信息技术在教学中的应用、重构学生数学技术应用要求和适度具体化信息技术在课标中的表述等措施,^[13] 促使信息技术在数学学习中受到重视,加强信息技术与数学学科深度融合,助推信息技术在教学中的应用。如课本中呈现的一些抽象的函数概念和性质,复杂的空间几何图形等内容,教师在教学中可以在计算机上动态演示,让学生直观感受信息技术在数学学习中发挥的重要价值。

对于“文化相关性”的融合,在《义务课标(2011版)》的“前言”中提到,“数学是人类文化的重要组成部分”以及在教材编写建议中强调“注重数学的文化价值”。《高中课标(2017版)》强调在教学中应“注重数学文化的渗透”,以及“引导学生感悟数学的文化价值”等。并且数学文化相关内容在现行不同版本教科书中都得到了丰富的呈现。这在一定程度上促使初中生关注数学的文化属性,高中生在此基础上还关注了数学在社会发展中的重要

力量。这两点都得到了小学生的关注。^[3]但是中小学生对数学文化的评价都不积极。^[10]这说明数学文化融入数学教学面临数学课程与学生的文化关联不够,相关文化素材在教学中的有效融合等问题有待优化。因此,数学文化融入教学,不仅需要呼应课程标准的倡导而呈现于教材,还需教师有意识地设计相关教学活动,以及开发相关教学案例辅助教学和加强在各类考试测评中的考察等措施共同配合。目前,国内以宋乃庆、张维忠、汪晓勤等分别领导的数学文化(史)的研究团队,陆续开发了基于数学史的教学案例,初步构建了数学文化在中小学的教学模式。

(三)不同价值观之间发生聚合,形成一个或多个价值观

不同价值观之间发生聚合,形成了一个新的价值观。而个别价值观内部先发生分解再与其他价值观发生聚合,则形成了多个价值观。无论聚合还是分解,都涉及价值观包含项目的筛选,有助于价值观更具体地指导学生的学习行为。如高中生重视的“主体性学习”,首先,“基础知识”囊括了概念性知识和方法性知识;其次,“具体化学习”为学生提供了数学理解的支架;最后,二者在聚合的同时融入“找到正确的答案”“我自己解决数学问题”等新项目而形成,涵盖了解决一个数学问题的全过程。再如初中生重视的“数学解题”先发生分解再与“数学交流”聚合,形成了高中生重视的“解题方法”和“解题效率”。“解题方法”来源于分解“寻求不同的解法”和“多元的答案”等。而解题效率来源于分解和聚合共同反应的结果,通过记忆、教师讲解和全班讨论等途经实现。因此,高中生高度重视的前三个价值观,分别强调了学生主体参与数学问题解决的全过程,以及解题的灵活性和获得答案的高效性,表现出其重视成绩的价值取向。

向。

虽然,我国高中生的问题解决以解决常规数学问题的能力最佳,在国际测评(PISA等)中已得到广泛认可。但是,解决创造性、非常规问题的能力仍有待提高。如今核心素养的培养以人的发展为出发点和归宿,学生的数学学习应指向创造性学习。知识作为一种客观精神具有公共性与普遍性,对客观知识的理解依靠“主体性学习”的参与。并且方法和效率是实现创造性学习的重要条件。因此,这就需要我们协调好学生、教师 and 教学任务三大要素之间的互动。例如,以素养为导向的臆测教学模式,它由教师提供和设计教学素材,学生通过造例、提出猜想、效化猜想、猜想一般化和证明五个阶段,^[14]亲身经历提出问题、分析问题和解决问题的数学知识再创造过程。该教学模式来源于图尔敏(Toulmin, 1958)的论证教学模式,已在我国台湾中小学学校中广泛采用,目前在我国小学生的公开课中也得到了良好的反馈,有效激发了学生创造性的数学学习。

本研究内容是一项大型调查研究中的一部分,采用主成分分析法获得了初中、高中学生分别持有的数学学习价值观现状。从价值观演变来看,虽然中学生持有的数学学习价值观经历了不同的重塑历程,但是学生对诸如成绩取向、文化和信息技术等相应价值观的重视程度保持了相对的稳定性。并且,从价值观的视角还可以为学生的数学学习行为提供可能的解释。因此,该研究结果对课程改革和教师教学具有重要的参考价值。但是本研究结果来源于同一时期的不同研究对象,若要解释这种价值演变的更深层原因,则需要对研究对象进行进一步地长期跟踪研究,以深刻揭示学校教学如何使学生持有的数学学习价值观发生演变。

[参考文献]

- [1] 王陆. 价值观:影响学习的深层因素——访哥伦比亚大学林晓东教授[J]. 中国电化教育, 2010, (4): 5-10.
- [2] Bishop, A.J. Mathematics teaching and values education: An intersection in need of research [J]. ZDM Mathematics Education, 1999, 31 (1): 1-4.
- [3] Zhang, Q., Barkatsas, T., Law, H. Y., etc.. What primary students in the Chinese mainland, Hong Kong, and Taiwan value in mathematics learning: A comparative analysis [J]. International Journal of Science and Mathematics Education, 2016, 14 (5): 907-924.
- [4] 唐恒钧, 佘伟忠, 张维忠. 小学生的数学学习价值观及其教学启示 [J]. 课程·教材·教法, 2018, 38 (10): 82-85.
- [5] Bishop, A.J. How should mathematics teaching in modern societies relate to cultural values [Z]. Vietnam: Paper presented at the Seventh Southeast Asian Conference on Mathematics Education, 1996.

- [6] Seah, W T, Peng, A. What students outside Asia value effective mathematics lessons: A scoping study [J]. *ZDM Mathematics Education*, 2012, 44: 71–82.
- [7] Shinno, Y, Kinone, C, Baba, T. Exploring ‘what Japanese students find important in mathematics learning’ based on the Third Wave Project [C]. In Nicol, C, Oesterle, S, Liljedahl, P & Allan, D. *Proceedings of the joint meeting of PME 38 and PME-NA 36*. Vancouver, Canada: PME, 2014 (5): 169–176.
- [8] Pang, JS, Cho, S, Seah, W T. An investigation of what Korean students valued with regards to mathematics and mathematics learning: A study with sixth and ninth graders [J]. 2016, 55 (4): 467–484.
- [9] Zhang, Q. Values in mathematics learning: Perspectives of Chinese Mainland primary and secondary students [M]. In Clarkson, P, Seah, W T, Pang, J S, *Values and valuing in mathematics education: Scanning and scoping the territory*. Switzerland: SpringerOpen, 2019: 185–196.
- [10] Tang, H, Seah, W T, Zhang, Q, Zhang, W. The mathematics learning attributes valued by students in eastern China [J]. *ECNU Review of Education*, 2020, <https://doi.org/10.1177/2096531120930240>.
- [11] Seah, W T. Assessing values in mathematics education [C]. In Lindmeier, A M, Heinze, A, *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Kiel, Germany: PME, 2013, (4): 193–200.
- [12] 刘鹏飞. 由技至道: 数学价值观研究刍议 [J]. *自然辩证法通讯*, 2018, 40 (11): 113–140.
- [13] 孙彬彬, 曹一鸣. 中学数学课程中信息技术应用: 回顾与展望——以课程标准(教学大纲)内容演变为主线 [J]. *中国电化教育*, 2019, (10): 61–67+75.
- [14] 吴卫东, 林碧珍, 章勤琼. 变学科逻辑为教学逻辑: 台湾“素养导向臆测教学模式”的教育学审视 [J]. *教育发展研究*, 2018, 38 (20): 62–67.

The Evolution of Values in Mathematics Learning Embraced by Secondary Students

LI Yan^{1,2}, SEAH Wei-zhong³, ZHANG Wei-zhong¹

(1. College of Teacher Education, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang, 321004, PRC;

2. Zhejiang Key Laboratory of Intelligent Education Technology and Application Technology, Jinhua, Zhejiang, 321004, PRC;

3. Melbourne Graduate School of Education, The University of Melbourne, Victoria 3010, Australia)

[Abstract] Values, as an important part of key competencies, are deep-seated factors that affect students’ learning behavior. This paper reports on a study in which principal component analysis was applied on 1707 questionnaire responses of secondary school students from North China, Central China and East China. The findings reveal that junior high school students in the sample valued basic knowledge, problem solving, concrete learning, practice, communication, mathematics culture, and aided learning in their mathematics learning, and that the senior high school students in the sample valued subjective learning, problem solving methods, problem solving efficiency, practice, cultural relevance and ICT in mathematics learning. The evidence shows that the students’ mathematics learning values evolve over the secondary school years in three ways, namely, no change in some values, the internal integration of some values, and the aggregation of different values.

[Key words] secondary school students; mathematics learning; values; evolution

(责任编辑 王鉴/校对 王明娣)